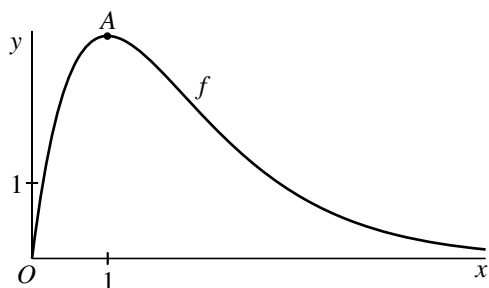


Een exponentiële functie

In figuur 1 is voor $x \geq 0$ de grafiek getekend van de functie f die gegeven is door

$$f(x) = \frac{8x}{e^x}.$$

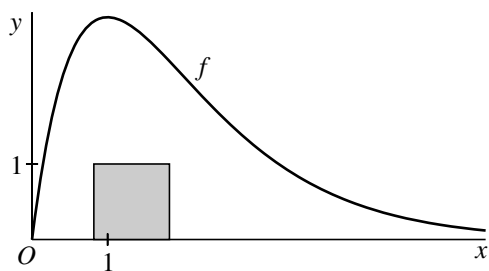
figuur 1



Deze grafiek heeft één top, die we A noemen.

- 4p 6 Bereken exact de x -coördinaat van A .

figuur 2



Zoals je in figuur 2 ziet, past een vierkant met zijde 1 waarvan één zijde op de x -as ligt, ruimschoots in het gebied tussen de grafiek van f en de x -as.

- 4p 7 Onderzoek met een berekening of een vierkant met zijde 2 waarvan één zijde op de x -as ligt, ook nog in dit gebied past.

We bekijken nu voor positieve waarden van n met $n \neq 1$ de functie g_n die is gegeven door $g_n(x) = \frac{8nx}{e^{nx}}$.

De grafieken van g_n snijden de grafiek van f in het punt $(0, 0)$. Ook is er voor elke positieve waarde van n met $n \neq 1$ nog een ander snijpunt. In tabel 1 staat voor enkele waarden van n de x -coördinaat van dit andere snijpunt.

tabel 1

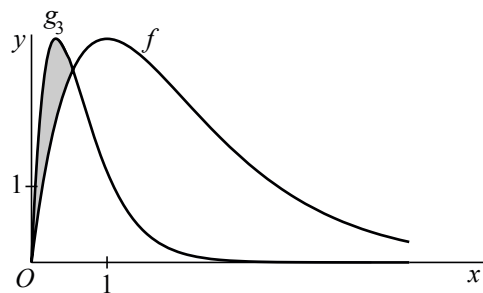
n	2	3	4	5
x_{snijpunt}	$\ln 2$	$\frac{1}{2} \ln 3$	$\frac{1}{3} \ln 4$	$\frac{1}{4} \ln 5$

Voor de vier waarden van n uit de tabel geldt: $x_{\text{snijpunt}} = \frac{1}{n-1} \ln n$.

Hieruit ontstaat het vermoeden dat deze formule voor x_{snijpunt} klopt voor elke positieve waarde van n met $n \neq 1$.

5p **8** Toon aan dat dit vermoeden juist is.

figuur 3



In figuur 3 zijn de grafieken getekend van f en de functie g_3 , gegeven door $g_3(x) = \frac{24x}{e^{3x}}$. De grafieken van f en g_3 sluiten een vlakdeel in. Dit vlakdeel is in figuur 3 grijs gemaakt.

4p **9** Bereken de oppervlakte van dit vlakdeel.